Mere centalne tendencije – srednje vrednosti

Mere centralne tendencije, kao što sam naziv kaže, imaju za cilj da odrede centar osnovnog skupa. Jednostavnije rečeno, ove mere treba da daju informaciju o onome što je tipično, zajedničko za sve elemente (jedinice) jednog skupa. Vrednosti distribucija frekvencija (serija) sažimamo toliko, da ih svodimo na jednu jedinu vrednost. Postoje više mera centralne tendencije i svaka ima svoje prednosti i nedostatke. Dele se na Potpune (matematičke) koje mogu da budu: a)Aritmetička sredina; b)Harmonijska sredina; c) Geometrijska sredina i Položajne : a)Medijana; b)Mod

Aritmetička sredina - prosek

Najčešće korišćena mera centralne tendencije je aritmetička sredina ili prosek. Njena definicija je jednostavna: suma vrednosti podataka podeljena brojem podataka. Matematička definicija aritmetičke sredine je:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

gde je:

$\bar{x}$ - aritmetička sredina (x - bar),

$x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ - vrednosti obeležja,

n - broj podataka ili veličina uzorka[1] i

Σ-grčko veliko slovo sigma, koje označava zbir ili sumu (označava sabiranje, pojedinačnih vrednosti obeležja x).

Primer 1: Telesna masa petoro slučajno izabrane novorodjenčadi iznosila je: 3,2; 4,8; 3,7; 5,0 i 4,3 kg. Kolika je prosečna težina ove grupe novorođenčadi?

Rešenje: Koristeći navedenu opštu formulu i opšte simbole neophodno je prvo sabrati vrednosti: x_1=3,2; x_2=4,8; x_3=3,7; x_4=5,0 i x_5=4,3 kg, pa njihov zbir podeliti sa 5 opservacija u uzorku (veličina uzorka: n=5). Dakle, aritmetička sredina telesne mase ove grupe novorođenčadi je:

$$\bar{x} = \frac{3{,}2 + 4{,}8 + 3{,}7 + 5{,}0 + 4{,}3}{5} = 4{,}2$$

Prosečna telesna masa pri rođenju ove grupe novorođenčadi iznosi 4,2 kg.

Dati način izračunavanja aritmetičke sredine, kao centralne vrednosti skupa ili uzroka, može da se primeni samo kod malih uzoraka i kada su podaci dati u vidu empirijske serije, odnosno kada nisu sređeni u vidu distribucije frekvencija.

[1] Uzorak je deo osnovnog skupa, na osnovu koga donosimo zaključke o osnovnom skupu.

Aritmetička sredina za prostu distribuciju frekvencija izračunava se na taj način, što se vrednosti distribucije (x) množe (ponderišu) svojim odgovarajućim frekvencijama (f), pa se dobijeni zbir proizvoda (Σfx), podeli sa ukupnom frekvencijom. Matematička definicija ponderisane aritmetičke sredine je:

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + f_3 \cdot x_3 + \ldots + f_n \cdot x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f}$$

$\sum f = n$ - broj elemenata uzorka.

Primer 2: Izračunajmo prosek članova po jednom domaćinstvu, na osnovu podataka tabele br. 1. Radi pravilnog postupka i dobijanja tačnih vrednosti treba prvo ustrojiti radnu tabelu.

Tabela br. 1

Radna tabela za izračunavanje ponderisane aritmetičke sredine

Broj članova domaćinstva x	Broj domaćinstava f	f . x
1	8	1 · 8 = 8
2	11	2 · 11 = 22
3	29	3 · 29 = 87
4	11	4 · 11 = 44
5	4	5 · 4 = 20
Σ	63	181

Na osnovu podataka iz radne tabele sledi:

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{181}{63} = 2{,}87$$

Dakle, navedeni soliter sa 63 domaćinstava u proseku je imao 2.87 člana po domaćinstvu. Pri izračunavanju aritmetičke sredine, često se dobijaju apsurdne vrednosti, kao 2,87 člana po domaćinstvu (gornji primer), ili 5,6 pregleda po jednom korisniku, 2,3 dijagnoze po jednom bolesniku itd. Međutim, ove se vrednosti u statističkim izračunavanjima upotrebljavaju kao takve, pa treba izbegavati zaokruživanje na cele brojeve.

Aritmetička sredina za distribuciju frekvencije sa grupnim intervalima izračunava se po istom postupku, s tim što se grupni intervali zamene svojim aritmetičkim sredinama ($\bar{x}_i$), pa se te vrednosti množe odgovarajućim frekvencijama.

Aritmetička sredina grupnog intervala se određuje na taj način, što se saberu početna (donja) vrednost intervala i završna (gornja) vrednost intervala, pa se dobijeni zbir podeli sa 2. Matematička definicija ove aritmetičke sredine je:

$$\bar{x} = \frac{f_1\bar{x}_1 + f_2\bar{x}_2 + \ldots + f_n\bar{x}_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n} = \frac{\sum f \cdot \bar{x}_i}{\sum f},$$

gde je: $\bar{x}_i$ - aritmetička sredina grupnog intervala.

Primer 3: Izračunajmo prosečnu težinu, za odeljenje od 32 učenika, prema podacima tabele br. 5. I pri ovom izračunavanju treba formirati radnu tabelu.

Radna tabela za izračunavanje aritmetičke sredine

Telesna masa u kg X	Broj učenika f	$\bar{x}_i$	$f\bar{x}_i$
70-74,999	5	70+74,999/2=72,5	362,5
75-79,999	8	75+79,999/2=77,5	620,0
80-84,999	14	80+84,999/2=82,5	1155,0
85-89,999	5	85+89,999/2=87,5	437,5
Σ	32		2575,0

Iz podataka tabele sledi:

$$\bar{x} = \frac{\sum f\bar{x}_i}{\sum f} = \frac{2575,0}{32} = 80,47$$

Prosečna težina učenika je 80,47 kg.

Široka primena aritmetičke sredine kao mere centralne tendencije nije slučajna. Ona ne samo da je jednostavna, razumljiva i laka za računanje već ima još mnoge poželjne osobine:

1. Može da se izračuna za bilo koji niz intervalnih podataka, što znači da uvek postoji;

2. Bilo koji niz podataka ima samo jednu aritmetičku sredinu, što znači da je ona jedinstvena vrednost bilo kog niza;

3. Za njeno izračunavanje uzimaju se u obzir svi podaci, što znači da na njenu veličinu utiču sve vrednosti niza, od najmanje do najveće;

4. Suma pojedinačnih odstupanja članova statističke serije od aritmetičke sredine uvek je jednaka 0. Kao ilustraciju uzmimo 5. novorođenčadi čiju smo aritmetičku sredinu već izračunali: $\bar{x}$=4,2.

n	Vrednost niza	$x-\bar{x}$
1	3,2	3,2-4,2=-1,0
2	4,8	4,8-4,2=0,6
3	3,7	3,7-4,2=-0,5
4	5,0	5,0-4,2=0,8
5	4,3	4,3-4,2=0,1
$\sum$		0

Sasvim je logično da zbir svih odstupanja bude jednak 0, jer je aritmetička sredina po veličini vrednosti centar serije, pa je i suma odstupanja pojedinačnih vrednosti serije iznad aritmetičke sredine jednaka sumi odstupanja pojedinačnih vrednosti statističke serije ispod aritmetičke sredine.

5. Zbir kvadrata odstupanja pojedinačnih vrednosti od aritmetičke sredine jednak je minimumu:

$\sum(x-\bar{x}) = \min$

Drugim rečima, zbir kvadrata odstupanja od bilo koje druge vrednosti niza, pa i od medijane i moda, kao mera centralne tendencije veći je od zbira kvadrata odstupanja od aritmetičke sredine:

$$\sum(X-Me)^2 > \sum(X-\overline{X})^2 \qquad \sum(X-Mod)^2 > \sum(X-\overline{X})^2$$

Ovo je veoma važna osobina aritmetičke sredine jer ona omogućava primenu metoda najmanjih kvadrata.

Aritmetičku sredinu nema smisla računati ako raspodela nije simetrična, kada imamo mali broj podataka i kada je izražena varijabilnost podataka.

Pored aritmetičke sredine koja predstavlja najčešće korišćenu meru centralne tendencije pomenućemo i Harmonijsku i Geometrijsku sredinu koje takođe spadaju u matematičke mere centralne tendencije.

Harmonijska sredina upotrebljava se ređe i to kod specifičnih slučajeva tj. u onim situacijama kada obeležja elemenata jednog skupa stoje u recipročnom odnosu sa obeležjem elemenata nekog drugog skupa, tj. za analizu onih pojava čiji je intenzitet obrnuto proporcionalan vrednostima posmatranog obeležja

Harmonijska sredina je recipročna vrednost aritmetičke sredine recipročnih vrednosti za koje se sredina izračunava.

Ona se računa po formuli $\overline{X} = \dfrac{n}{\dfrac{1}{X1} + \dfrac{1}{X2} + \dfrac{1}{X3} + \ldots + \dfrac{1}{Xn}}$

Primer:

U pet laboratorija rađena je ista analiza. U osmočasovnom radnom vremenu utvrđen je prosečan utrošak vremena po pacijentu u minutima:

Laboratorija	A	B	C	D	E
Utr. vreme po pacijentu	0,8	1,0	1,2	1,2	1,5

Kolika je prosečna produktivnost laboratorija izražena utroškom vremena po pacijentu (analizi)?

Koliko je pacijenata (analiza) sagledano u svim laboratorijama ?

$$\overline{X} = \frac{5}{\frac{1}{0.8} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.5}} = 1.09$$

Prosečan utrošak vremena po jednoj analizi, za sve laboratorije iznosi 1,09 minuta, a ukupno vreme rada svih laboratorija iznosi 5 x 8 x 60 = 2400 min.

Prema tome, urađene analize na svim analajzerima iznose 2400 : 1.09 = 2200 minuta.

Geometrijska sredina se primenjuje u analizi vremenskih nizova i pomoću nje se izračunava prosečna stopa promene pojave. Kao i svaka srednja vrednost nalazi se između najveće i najmanje vrednosti niza za koji se izračunava i brojčano se razlikuje od aritmetičke sredine, osim ako svi članovi niza nisu jednaki. Geometrijska sredina je uvek manja od aritmetičke. Izračunava se kao N-ti koren iz proizvoda njegovih članova:

$$G = \sqrt[n]{X1xX2xX3x...xXn}$$

Primer:

Date su vrednosti numeričke varijable X: 22, 35, 25, 25, 32, 28, 31, 24, 30, 34, 34, 23.

Izračunajte: aritmetičku, harmonijsku i geometrijsku sredinu?

$$G = \sqrt[12]{22 \cdot 35 \cdot 25 \cdot 25 \cdot ... \cdot 23}$$
$$G = 28{,}22745$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{343}{12} = 28{,}58333$$

$$H = \frac{N}{\sum \frac{1}{x}} \qquad x \neq 0$$

$$H = \frac{12}{0{,}430550114} = 27{,}87$$

27,87<28,23<28,58

H<G< $\bar{x}$

Medijana

Medijana spada u položajne mere centralne tendencije. Medijana je u pravom smislu centralna vrednost jer ona statistički niz deli na dva jednaka dela, od kojih jedan deo sadrži 50% vrednosti manje od medijane, a drugi 50% vrednosti veće od medijane. Uslov je da se podaci niza prvo srede po veličini od najmanje do najveće vrednosti ili obrnuto.

Osnovne karakteristike medijane su:

1. U svakoj distribuciji postoji samo jedna medijana
2. Nalazi se između najmanje i najveće vrednosti
3. Na vrednost medijane ne utiču ekstremne vrednosti
4. Ona je reprezentativna mera centralne tendencije kod heterogenih skupova
5. Zbir apsolutnih odstupanja pojedinačnih vrednosti od medijane je minimalan

Za neparan broj elemenata jedne serije uređenih po veličini medijana je vrednost srednjeg (centralnog) elementa serije. Njegovo mesto matematički nalazimo prema formuli:

= Me M – mesto medijane

Primer 4: Uzmimo ponovo, telesne mase pet slučajno odabrane novorođenčadi čije su telesne mase bile: 3,2; 4,8; 3,7; 5,0 i 4,3. Ako telesne mase uredimo po veličini dobijamo:

n	x	
1	3,2 < Me	MMe = (5+1)/2=3
2	3,7 < Me	
MMe→3	4,3← Me	Me = 4,3 kg
4	4,8 > Me	
5	5,0 > Me	

Medijanu predstavlja telesna masa trećeg novođenčeta, a njegova težina je 4,3 kg, pa je medijana: Me=4 kg. Dva novorođenčeta (50%) imaju manju telesnu masu, a dva (50%) veću telesnu masu od medijane.

Za paran niz vrednosti, medijana se određuje kao aritmetička sredina dva centralna člana. Mesta centralnih članova određuju se prema obrascima:

$$\frac{N}{2} = mesto\ prvog\ člana \qquad \frac{N+2}{2} = mesto\ drugog\ člana$$

Primer 5: Dodajmo, prethodnom primeru još jedno novorođenče sa telesnom masom od 5,2 kg. Uslov je da vrednosti sredimo po veličini:

N	x	
1	3,2	
2	3,7	
M Me→3	4,3	N/2=6/2=3 mesto prvog centralnog člana
	4,55=Me	Me=(4,3+4,8)/2=9,1/2=4,55kg
M Me→4	4,8	(N+2)/2=(6+2)/2=4 mesto drugog centralnog člana
5	5,0	
6	5,2	

Centralne članove navedenog niza predstavljaju težine 3. i 4. novorođenčeta, a medijana je aritmetička sredina ovih telesnih masa. I kod parnog niza, 50% novorđenčadi imaju manju telesnu masu od medijane, a 50% veću.

Određivanje mesta medijane i vrednosti medijane za podatke sređene u vidu distribucije frekvencije, zahteva složeniji matematički postupak, pa ćemo ovde izneti samo postupak određivanja medijane za osnovnu distribuciju frekvencija (bez klasnih intervala).

Kod distribucije frekvencije, takođe, treba voditi računa da li je ukupna frekvencija paran ili neparan broj. Mesto medijane, tj. element čija vrednost predstavlja medijanu izračunava se na sledeći način:

$$\frac{\sum f}{2} = MeM - ako\ je \sum f\ paran\ broj$$

$$\frac{\sum f + 1}{2} = MeM - ako\ je \sum f\ neparan\ broj$$

Određeni element čija vrednost predstavlja medijanu pronalazimo pomoću kumulativnog zbira apsolutnih frekvencija

Primer 6. Uzmimo već poznatu distribuciju frekvencija domaćinstava prema broju članova:

x	f	Kumulativni zbir (odozgo)	Kumulativni zbir (odozdo)
1	8	8	63
2	11	19	55
3	29	48	44
4	11	59	15
5	4	63	4
Σ	63	-	-

$$MeM = \frac{\sum f + 1}{2} = \frac{63+1}{2} = 32$$

Broj članova 32 domaćinstava predstavljaju vrednost medijane. Kumulativni zbir odozgo pokazuje da se to domaćinstvo nalazi između 48 domaćinstava koja imaju tri člana pa je Me =3 člana. I u ovom slučaju 50% domaćinstava imaju manju ili istu vrednost kao medijana, a 50% domaćinstava istu ili veću vrednost od medijane.

I da na kraju rezimirama: Medijana je grublja ocena od aritmetičke sredine. Na nju ne utiču veličine vrednosti, već broj vrednosti; ona može da se izračuna i kada minimalna i maksimalna vrednost serije nisu poznate.

Primenjuje se kao mera centralne tendencije kod izrazito heterogenih skupova.

Modus

Mod, modus, tipična vrednost, je položajna mera centralne tendencije i to je ona vrednost obeležja ili onaj modalitet obeležja, koji ima najveću frekvenciju, najveću zastupljenost u okviru ukupne frekvencije.

U primeru 1. gde je data distribucija frekvencija domaćinstava prema broju članova, najveću frekvenciju pokazuju domaćinstva koja imaju 3 člana. Prema tome, vrednost moda je 3 člana.

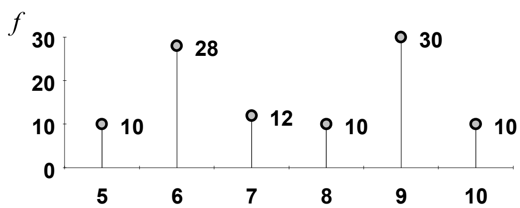
Danas se kaže za Centralnu Srbiju i Vojvodinu da su tipična domaćinstva sa po 3 člana (roditelji i jedno dete). Tuberkuloza i zarazne bolesti su tipične za nerazvijene, siromašne zemlje. Kardiovaskularne bolesti i rak su tipični za razvijene zemlje.

Tipično je ono što preovladava. Neke pojave mogu da imaju i dve modalne vrednosti, pa kažemo da su bimodalne.

Znači, mod nije jedna jedina vrednost skupa, kao što je to aritmetička sredina.

Primer 7. Data je distribucija frekvencija sto studenata prema visini ocene na ispitu iz Statistike.

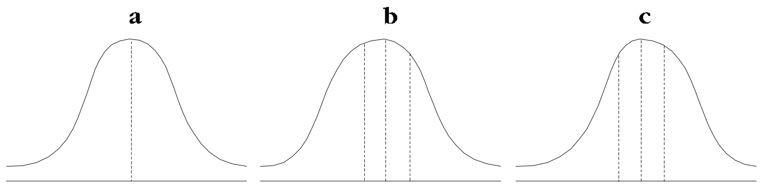
Ocena	Broj studenata
5	10
6	28
7	12
8	10
9	30
10	10
Σ	100



Tipične ocene na ispitu iz Statistike su šestica (studenti koji ne dolaze na predavanja) i devetka (studenti koji dolaze na predavanja).

Međusobni odnos mera centralne tendencije

Ako se vrednosti posmatranog obeležja (x) raspoređuju, tako oko svog centralnog proseka, da je najveći broj manjih i većih vrednosti simetričan u odnosu na centar, onda se dobija simetričan raspored, koji se grafički manifestuje kao simetrična zvonasta linija kao na grafikonu br. 9.



$\bar{x} = Me = Mod$ $\quad$ $\bar{x} > Me > Mod$ $\quad$ $\bar{x} < Me < Mod$

Kod ovog rasporeda, aritmetička sredina, medijana i mod su međusobno jednaki (a).

Ako u distribuciji frekvencije preovlađuju ekstremno veće vrednosti od centra onda se dobija kriva, koja je iskrivljena udesno (pozitivna iskrivljenost). Centralne vrednosti se pomeraju tako, da je aritmetička sredina udesno (zbog većeg učešća visokih ekstremnih vrednosti). Ona ima i najveću vrednost u ovom slučaju među merama centralne tendencije (b).

Kad distribucije frekvencije gde preovlađuju ekstremno niske vrednosti iskrivljenost je na levoj strani (negativna iskrivljenost) i aritmetička sredina ima manju vrednost i od medijane i od moda (c) .

Medijana se kod oba navedena rasporeda nalazi između aritmetičke sredine i moda, ali je po vrednosti bliža vrednosti aritmetičke sredine. Iz ovog odnosa proizilazi i aproksimativna matematička veza iamеđu mera centralne tendencije:

Mod = 3 Me - 2 $\bar{x}$.

Izbor mere, koja će da predstavlja osnovni skup u zavisnosti je od stepena iskrivljenosti, odnosno od stepena varijabilnosti vrednosti posmatranog obeležja.

Mere centralne tendencije-izračunavanje u MS Excelu

Primer:

Na ispitu iz statistike polagalo je 15 studenata medicine i 15 stomatologije. Dobili su sledeće ocene:

Medicinari: 10, 6, 9, 10, 10, 5, 6, 9, 8, 7, 10, 8, 9, 8, 10

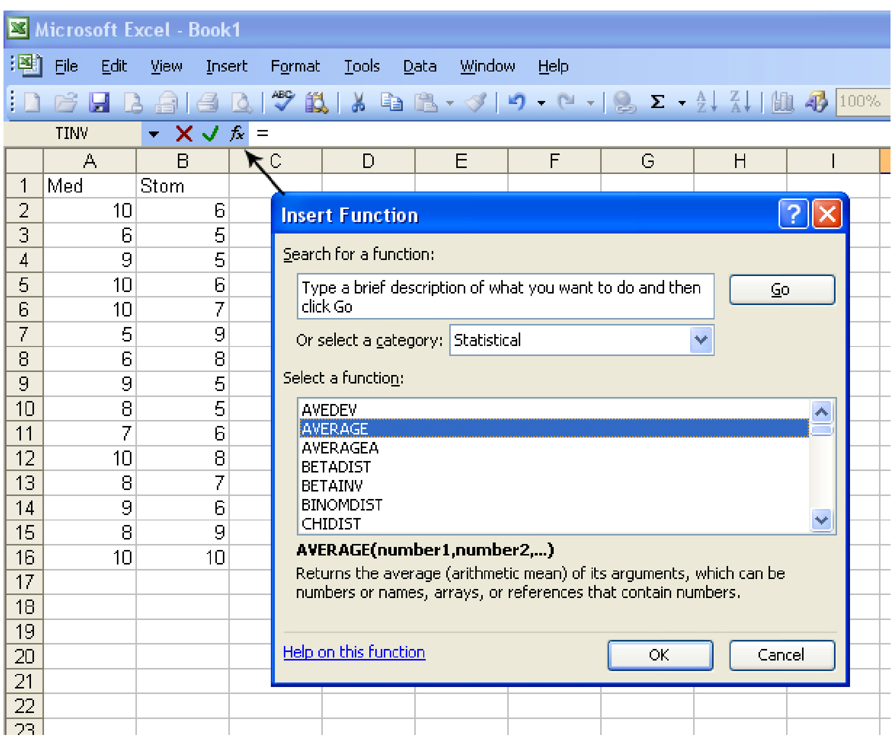
Stomatolozi: 6, 5, 5, 6, 7, 9, 8, 5, 5, 6, 8, 7, 6, 9, 10,

Izračunati prosečnu ocenu studenata medicine i studenata stomatologije?

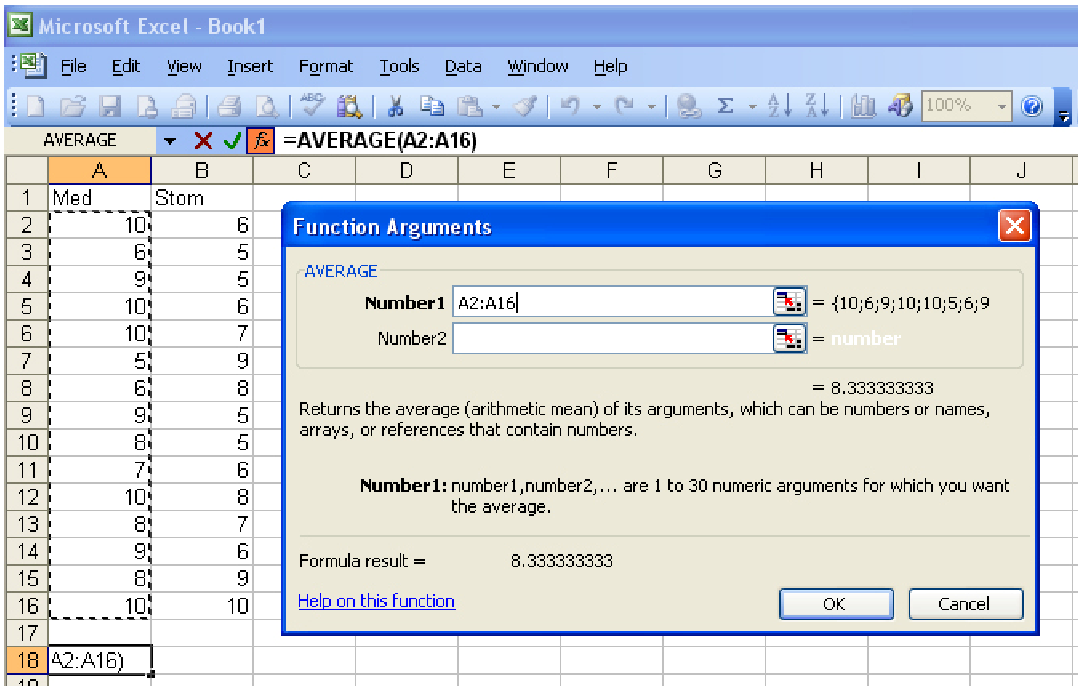
Rešenje:

U novi radni list Excela, unesemo podatke po redu koji smo dobili. Za izračunavanje aritmetičke sredine iz negrupisanih podataka koristimo funkciju **=AVERAGE (raspon podataka).**

Zadavanje funkcija je moguće na dva načina. Jedan je **Insert/Function** a drugi direktnim klikom na $\mathbf{f_x}$**. U oba slučaja dobijamo sledeći prozor:**



U prozoru *Insert Function*, u polje *Or select a function* izaberemo **Statistical.** U polju Select a function, imamo veliki broj statističkih funkcija, od kojij je potrebno da izaberemo **AVERAGE.** Kliknemo na OK i dobijemo sledeći prozor:



U polje *Number1* unesemo ćelije od A2 do A16 (ocene studenata medicine). U donjem delu prozora već vidimo *Formula result*, odnosno prosečnu ocenu studenata medicine. Kliknemo OK i u ćeliji A18 dobijamo prosečnu ocenu 15 studenata medicine.

Za izračunavanje prosečne ocene studenata stomatologije, odnosno statističkog niza u koloni B, potrebno je da kliknemo na polje A18, i dovedemo kursor u desni donji ugao. Kada veliki krstic postane manji, pritisnemo levi taster miša i razvučemo u desno, i tako funkciju zadamo i na polje B18.

Medijana i mod:

Medijana, ili srednja položajna vrednost, je centralna vrednost niza, koja ga deli na dva jednaka dela. U odnosu na medijanu, 50% vrednosti je manje, i isto toliko veće od nje. Medijanu koristimo kod heterogenih nizova, kada je koeficijent varijacije veći od 30%, i tada je ona reprezentativnija mera centralne tendencije od aritmetičke sredine.

U programu MS Excel medijanu iz negrupisanih podataka izračunavamo pomoću funkcije: **=MEDIAN (raspon podataka).**

Mod ili tipična vrednost, predstavlja vrednost obeležja sa najvećom frekvencijom. To je ujedno i jedina mera centralne tendencije koja može da ima dve ili više vrednosti.

U programu MS Excel mod iz negrupisanih podataka izračunavamo pomoću funkcije: **=MODE (raspon podataka).**

Pitanja i zadaci za vežbu u vezi materije za I, II, i III poglavlje:

1. Definiši pojmove: masovna pojava; statistička jedinica; obeležje; osnovni skup i varijabilnost?
2. U čemu je bitna razlika između žive i nežive prirode?
3. U čemu je razlika između osnovne empirijske serije i distribucije frekvencije?
4. Da li atributivna obeležja mogu da uzmu svaku brojčanu vrednost?
5. Sačini sam anketu o nekom problemu i sprovedi je među licima iz okoline za koja smatraš da su zainteresovana za taj problem. Sredi podatke iz ankete u vidu serija, tabela i prikaži grafički. Analiziraj dobijene informacije.
6. Dati su originalni podaci o ocenama studenata na ispitu iz Statistike:

5	6	9	9	6	7	6	10	8	6	9	5	6	8
6	6	10	8	6	9	10	7	5	9	10	6	8	10
6	8	8	5	8	9	7	9	6	9	9	6	6	9

   Zadatak: 1. Datu osnovnu seriju sredi u vidu distribucije frekvencije; 2. Izračunaj mere centralne tendencije i mere varijabilnosti i 3. Konstruiši statističku tabelu i predstavi grtafički.

7. Dati su podaci o starosti 10 radnika u godinama i visini zarada u dinarima:

N:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Starost:	51	47	44	50	56	45	71	38	52	61	godina
Zarada:	300	400	200	600	500	200	900	300	200	600	dinara

   Zadatak: Izračunaj koeficijent varijacije i prosudi koji je niz varijabilniji?

8. U jednoj ambulanti, otkriven je po godinama sledeći broj zaraznih bolesti:

Godina:	1987	1988	1989	1991	1992	1993	1994
Broj obolelih:	135	124	104	96	91	140	145

   Zadatak: Datu vremensku seriju prikaži grafički. Šta zapažaš za 1993. i 1994. godinu?

9. Data je empirijska serija telesne mase 50 regruta:

72	90	70	73	81	81	86	76	87	76
73	70	81	74	70	81	87	77	83	82
78	74	80	75	72	83	90	80	83	83
79	84	80	79	84	84	72	81	84	88
80	88	82	80	85	81	82	91	90	80

   Zadatak: 1. Empirijsku seriju sredi u vidu distribucije frekvencije sa veličinom grupnog intervala od 5 kg; 2. Predstavi grafički, najmanje na dva načina i 3. Koliko je udaljena od proseka težina regruta od 78 kg, a koliko težina regruta od 90 kg? Zašto ove vrednosti imaju suprotne prtedznake: plus i minus?

10. Vreme krvavljenja kod 10 osoba obolelih od esencijalne trombocitopenije iznosilo je:

pacijenti:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
vreme krvavljenja u minutima:	4	8	6	8,2	7	5	4,5	9	7,5	10

Zadatak: 1. Odredi medijanu; 2. Izračunaj interval varijacije i interkvartilnu razliku i uporedi dobijene vrednosti. Šta možeš da zaključiš?

11. Izmerena je koncentracija SO_2 na 10 mernih mesta i dobijene su sledeće koncentracije:

Merna mesta:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
vrednosti: SO_2:	74	5	200	30	40	120	0	50	90	100

Zadatak: 1. Koja mera centralne tendencije može da reprezentuje datu seriju? 2. Odredi vrednosti prvog (Q_1) i trećeg (Q_3) kvartila i interkvartilnu razliku.

12. Određen je radijalni puls kod 15 odraslih osoba muškog pola i kod 15 osoba ženskog pola i dobijene su sledeće vrednosti:

muškarci:	60	62	69	65	74	67	71	73	78	81	83	71	76	75	72
žene:	61	72	73	81	86	80	82	79	76	66	78	81	84	67	70

Zadatak: 1. Izračunaj koeficijent varijacije za oba niza i oceni varijabilnost. 2. Sredi serije u vidu distribucije frekvencije sa veličinom intervala od 3 jedinice i izračunaj aritmetičku sredinu. Zašto se vrednost aritmetičke sredine izračunate iz empirijskog niza razlikuje od aritmetičke sredine izračunate iz distribucije frekvencije sa grupnim intervalima?

13. Broj stanovnika prema popisu iz 1991. godine u sledećim okruzima bio je: Niški okrug: 395.688; Toplički okrug: 111.706; Pirotski okrug: 116.876; Jablanički: 255.091 i Pčinjski okrug: 242.369.

Zadatak: Date podatke predstavi u vidu statističke tabele i predstavi grafički.

14. Izmerene su telesne mase i telesne visine 13 dečaka i dobijene su sledeće vrednosti:

N:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
težina:	43	48	50	43	46	40	49	41	47	40	39	43
visnia:	140	150	152	140	145	141	145	140	146	135	139	140

Zadatak: 1. Izračunaj mere centralne tendencije za svaku seriju. 2. Predstavi grafički i ucrtaj prave za aritmetičku sredinu, medijanu i mod. Nađi njihov odnos i odgovori zašto se medijana po vrednosti uvek nalazi između aritmetičke sredine i moda, bilo da je asimetrija rasporeda ulevo ili udesno? 3. Proveri da li se dobija ista vrednost za mod iz aproksimativne veze:
mod = 3 Me -2 $\bar{x}$.

15. Broj umrle odojčadi po mesecima u godini na području N, bio je:

meseci:	januar	februar	mart	april	maj	jun
umrla odojčad:	25	15	10	5	12	13
	juli	avgust	septembar	oktobar	novembar	decembar
	15	30	24	15	10	14

Zadatak: Datu vremensku seriju prikaži grafički najmanje na dva načina. Šta zapažaš i kako to objašnjavaš?

16. Data je distribucija domaćinstava prema broju članova:

broj članova:	1	2	3	4	5	6	7
broj domaćinstava:	14	30	43	38	19	14	12

Zadatak: Odredi medijanu i mod, i predstavi grafički.

17. Pri upisu u prvi razred osnovne škole vrše se sistematski lekarski pregledi. Pored ostalog meri se i sposobnost dece. Jedne godine, kod jedne generacije dobijeni su sledeći rezultati (poenima od 1-12 ocenjene su sposobnosti dece):

broj poena:	1	4	7	9	10	11	12
dečaci:	260	544	660	1200	1800	960	70
devojčice:	265	540	600	1200	1850	700	65

Zadatak: 1. Odrediti koeficijent varijacije i za jednu i za drugu grupu i oceniti varijabilnost. 2. Odredi medijanu i mod i 3. Predstavi grafički.

18. U jednom domu zdravlja prosečan broj dnevne opterećenosti lekara iznosio je 25 pregleda sa standardnom devijacijom od 5 pregleda, a u drugom domu zdravlja prosečna dnevna opterećenos je bila 30 pregleda sa standardnom devijacijom od 4 pregleda. Ako lekar N u prvom domu zdravlja ima 20 pregleda dnevo, a lekar M u drugom domu zdravlja 26 pregleda dnevno, koji je od ova dva lekara teže podnosio svoje dnevno opterećenje s obzirom na prosečnu opterećenost lekara u odgovarajućem domu zdravlja?